

Topos Theory as the Language of Description of Evolutionary Systems

Vyacheslav Voitsekhovich

Войцехович В.Э.

Теория топосов как язык описания эволюционирующих систем

1. Нелинейная наука (синергетика) как теория эволюционирующих систем.

Как показала международная конференция в Вене в феврале 2003 весь комплекс нелинейных наук сводится к теории самоорганизации, начала которой заложили И. Пригожин и Г. Хакен. Самоорганизация любых вещей, элементов, комплексов, является частью процесса эволюции систем, поэтому нелинейная наука, наука о самоорганизации в любых предметных областях сводится к **теории эволюционирующих систем (ТЭС)**. Эта фундаментальная теория качественно отличается не только от классических теорий естествознания (механики, оптики, периодической системы химических элементов), но и неклассических теорий 20-го столетия (СТО, ОТО, квантовой механики).

Системный подход обрел новое дыхание в виде синергетического движения, которое обобщает системное мышление в направлении эволюционности, переходности, текучести, мягкости, генетической целостности.

2. Ключевые понятия синергетики.

Специфика термодинамики неравновесных систем, синергетики, различных теорий переходных процессов проявляется в ключевых терминах, уже закрепленных мнением научного сообщества за нелинейной наукой: фрактал, траектория, бифуркация, аттрактор, хаос и порядок, параметр порядка. Но смысл этих понятий обычно выходит за рамки науки досинергетической эпохи. Дело в том, что для описания качественных скачков в развитии системы недостаточно тех средств познания, которые привычны научному сообществу: 1) однозначно фиксированных по смыслу понятий, привязанных к эмпирическому опыту, к ощущениям, - необходимы более тонкие, как бы гибкие, способные к росту понятия, приближающиеся по форме к метафорам, 2) двузначной логики, следующей первому закону логики Аристотеля – закону тождества, необходима как бы значительно более сложная логика – логика дробных значений, промежуточных между значениями ОДНО (истина) и ДРУГОЕ (ложь), 3) привычного для ученых математического анализа, опирающегося на представление о том, что все природные процессы сводятся к вещи с неизменным набором свойств (качеств), которые могут менять лишь количественные значения этих свойств, необходима математика, выражающая качественные скачки в жизни вещи, ее эволюцию (возможно, теория категорий и фрактальная математика).

3. Возможное решение могут дать:

- наиболее общие понятия и принципы,
- наиболее общая и тонкая логика,
- наиболее общая математика.

Таким образом, прежде всего необходимы новые понятия науки в целом (новая картина реальности), иная, более тонкая логика и новая математика.

4. Главная проблема развития ТЭС – язык описания переходных процессов.

Основная трудность ТЭС состоит в разработке языка для описания процесса эволюции системы. Язык теории состоит из содержательной части (понятий, принципов) и формальной части – логики и математики. Но если ключевые понятия, некоторые из принципов уже сформулированы, то формальная часть плохо развита. Конечно, логика как правильное мышление может быть всегда подкорректирована из содержательных соображений или интуитивно, но само мышление как форма до сих пор остается неразработанным. С математикой – наибольшие трудности. А без нее нет теории и адекватного описания исследуемых процессов, нет науки. Рассмотрим возможные пути решения проблем с логикой и математикой.

5. Главные понятия ТЭС – эвос и гевос.

С системной точки зрения главное, центральное понятие синергетики – эволюционирующая система (условное сокращение “эвос”). **Эвос** - это открытая, неравновесная, нелинейно изменяющаяся система. Ее элементы могут варьироваться. Связи между элементами в ней также изменяются от сильных, долго сохраняющихся, до относительно слабых, разрывающихся.

Что сохраняется в эволюционирующей системе? Видимо, порождающая, наследственная структура. В области биологии это ДНК. В социологии более спорное понятие – дух этноса (язык, менталитет, мифология, религия, фундаментальные традиции ...). В психологии – например, чистое мышление, так сказать, мыслящее мышление (в смысле декартовского “*Cogito ergo sum*” - “*Мыслю, следовательно, существую*”).

Поэтому имеет смысл выделить в эвосе наиболее устойчивую его часть, которая сама себя воспроизводит и сохраняет (пока эвос существует). Эта структура (в генетике - аналог генома) и есть инвариантное ядро эволюционирующей системы. Соединяя слова “геном” и “эвос”, получим новое сокращение “гевос”. **Гевос** означает, так сказать, геном эволюционирующей системы, т.е. мы предполагаем, что в любой развивающейся системе существуют ряд факторов - элементов, а главное связей, отношений между элементами, определенная структура С, которая стремится сохранить сама себя при любых изменениях. Структура С остается сама собой до тех пор, пока сохраняется ее гевос. В биологии это ДНК, геном (совокупность генов данного биовида). В человеке, понимаемом в обычном, материалистическом смысле, как индивид, существующий от рождения до смерти, - это личность. Если же понимать человека в религиозно-философском смысле - как духовное существо, то его гевос - это вечное ядро личности, т.е. “неизменный” дух (атман, монада), переселяющийся из тела в тело в процессе эволюции, обретения опыта, восхождения к Творцу. Гевос определенного социума – это сохраняющаяся столетия его духовная структура (дух народа, как писал Гегель). В случае этноса гевос – это структура, встроенная в совокупность людей, структура, поддерживающая специфические для данного народа традиции, мифы, формы власти, образа жизни, искусства, науки, религии. Гевос науки как ее инвариантной части (и как направления западной культуры) составляет специфический способ познания, основанный на ощущении, логике, математике, требованиях критичности, подтверждаемости и фальсифицируемости, идеале объективной истины и других более тонких моментах.

Конечно, эвос и гевос тесно связаны - как явление и сущность, как качество и количество, как изменяющееся и неизменное, как биовид и его геном, как человек и его личность (с религиозно-философской точки зрения как вечная монада данного

индивида), как народ и дух народа, как песня и ее мелодия, как чеширский кот и его улыбка, столь изящно описанные Льюисом Кэролом...

Синергетика уже открыла законы движения эваса по траектории развития. Возможно управление этим движением со стороны субъекта (человека), особенно в точках бифуркации, направление к тому или иному аттрактору.

Фундаментальную теорию также можно рассматривать в качестве эволюционирующей системы (эваса). Что в таком случае было бы ее гевосом? Как известно из философии науки, научные теории делятся на фундаментальные и нефундаментальные (по крайней мере в области естествознания). Фундаментальная теория основана на понятии (понятиях), которое не сводится ни к какому другому понятию данной предметной области. Например, в физике понятие электромагнитного поля, которое ввел Дж. Максвелл, интуитивно объединяет в себе электрические и магнитные явления, но наблюдаем мы лишь эти феномены, но не поле. Также фундаментальными физическими теориями являются классическая механика, оптика, термодинамика, квантовая механика и некоторые другие. Все остальные – нефундаментальные теории. Они сводятся к фундаментальным. Так, теория твердого тела соединяет в себе 5 перечисленных фундаментальных. В химии единственная фундаментальная теория – теория периодических элементов. В биологии – генетика и теория эволюции. Даже в математике можно найти гевос. По мнению Н. Бурбаки, это совокупность трех фундаментальных структур – порядковой, алгебраической, топологической. Их индивидуальная и совместная эволюция, т.е. всевозможные разработки, развитие, переплетения и создали за тысячелетия множество фундаментальных математических теорий, которых уже не несколько, как в естественных науках, а сотни. Что, впрочем, естественно, т.к. математика – наука о любых возможных структурах. В ней содержатся в потенции формальные структуры всех конкретных, частных наук. В связи с этим ряд физиков-теоретиков 20 века неоднократно высказывали мысль “В математике есть все”, т.е. вся физика – известная и еще неизвестная.

Синергетика также является фундаментальной теорией, но уже общенаучной. Но как и во всякой фундаментальной теории ее специфика проявляется в конструкте – принципиально новом понятии, вводимом теорией и не сводящемся к старому знанию. Пока идут споры о том, какое новое понятие может быть таким конструктом (фрактал, самоорганизация, эвос, гевос...), но со временем он определится, и тогда даже самым консервативным скептикам придется признать фундаментальный и общенаучный характер синергетики. Однако логически определить конструкт, т.е. свести к старому знанию, невозможно. Он вводится постулативно, на основании интуиции (как это и делали когда-то Максвелл, Лобачевский и другие). Именно поэтому в науке существует прогресс, т.е. открытие принципиально нового знания.

Особенностью гевоса (как носителя наследственной информации о системе в целом) является также огромная **потенциальная энергия**, сосредоточенная в нем, а также **гигантская информация**, плотно упакованная в этой структуре. Эта информация описывает все возможные пути, траектории и даже алгоритм развития эваса на каждой из траекторий – от ее начала α до конца ω , т.е. возникновение системы, ее фрактальную эволюцию и конец. Энергия же дает возможность “эмбриону” (зародышу-эвосу) реализоваться в данных условиях, создать развивающуюся систему, перевести ее из потенциального состояния в актуальное.

Наиболее прямым и наглядным налогом эволюционирующей системы является любая живая система. Каждый биовид стремится к сохранению самого себя и это является главной его задачей. Но биовид сохраняется благодаря адаптации к внешней среде, через временное, циклическое изменение индивидуального организма при сохранении его генома. Аналогичный процесс мы наблюдаем в процессе эволюции

любой системы, когда сохраняется лишь определенная структура, названная нами гевосом. Именно она ответственна за процесс эволюции как сохранения внутреннего при изменении внешнего.

6. Логика ТЭС – фрактальная.

Синергетическое мышление, фрактальная интуиция естественно приводят к попыткам формализации столь необычного понимания-переживания мира. Возникают различные варианты подходов к построению фрактальной логики (1 - Тарасенко; 2 – Войцехович, 2000).

Автор первого варианта рассматривает парадоксы и порождаемые ими логические ряды как логические фракталы, вводит операции и ними и, таким образом, дает первые понятия такой логики. Причем сам подход к фрактальной логике вполне классичен. Автор не вводит принципиально новых представлений.

Второй подход к построению фрактальной логики скорее намечен, чем подробно изложен (Войцехович, 2000). Главная мысль автора: для построения фрактальной логики необходимо отказаться от правил классической логики Аристотеля (прежде всего от первого закона - закона тождества), поскольку эвос постоянно изменяется. Понятия же в классической логике должны быть неизменны. Это противоречие хорошо понимал еще Гегель, введивший диалектическую логику (с текучими понятиями) и отвергавший аристотелевскую, формальную логику (с неподвижными понятиями).

Но автор идет еще дальше - он предлагает отказаться от двузначного мышления (от логических значений "истина" и "ложь", оставив только "есть", но, конечно, в неплатонистском, недвузначном смысле – в поле мышления, где присутствует только истина, отсутствует ложь).

Сходные идеи присутствуют в восточных религиозно-философских учениях, где до сих пор остались следы "однозначного" мышления (Loy). В древних цивилизациях говорили "Сейчас день" и не могли сказать "Сейчас не ночь". Присутствовали только положительные, утвердительные суждения. Это экономило массу энергии, поскольку древние мыслители шли от истины и истине. В то время как западная культура идет от истины к неопределенности, в которой затем пытается опытным и логическим путем отыскать новую истину. Поэтому цивилизации такого типа не знали лжи. Двузначное мышление породило не только формальную аристотелевскую логику, но и технический путь западной цивилизации, который привел ко многим достижениям цивилизации, но одновременно остановил духовное развитие человека (самого по себе, без техники).

Ряд авторов высказывают мнение о том, что изобретение двузначного мышления затормозило развитие человечества, т.к. древний путь:

истина1→истина2→...

экономнее западного пути познания:

истина1→неопределенность→истина2→ неопределенность→...

В таком обществе нет лжи, насилия, преступности. Не нужны политика, юриспруденция, полиция, армия и т.д. Но такое общество организовано другими, духовно чистыми людьми, без лжи, без греха, выражаясь религиозным языком.

Автор предлагает развивать мягкие формы мышления, о которых писал еще Налимов В.В. (Налимов), чтобы постепенно приблизиться к древнему "однозначному" мышлению - конечно, не завтра, но когда-то, на следующих витках бесконечной спирали познания.

На таком пути и возможна фрактальная логика, в которую в качестве подсистем входят интуиционистская логика, нечеткозначная логика и паранепротиворечивая логика, трансформационная логика, категорная логика, диалоговая логика (Карпенко).

7. Математика ТЭС – теория топосов.

Главные требования, предъявляемые к математическим структурам ТЭС, - максимальная общность, способность выразить переходные процессы, т.е. конструктивность, генетичность. Таким условиям отвечает теория топосов (конкретизация теории категорий и включенная в нее фрактальная геометрия). Теория категорий, функторов и естественных преобразований, как ее называют сами авторы, возникла в 1945 после публикации статьи С. Эйленберга и С. Маклейна “Общая теория естественных эквивалентностей” (Eilenberg S., Mac Lane S.). Исходные неопределяемые понятия ТК – категория, функтор, естественное преобразование. Категория состоит из:

- совокупности объектов,
- совокупности стрелок (отображений),
- операций, сопоставляющих каждой стрелке ее исходный и конечный объекты,
- операции, сопоставляющей каждой паре стрелок их композицию,
- совокупности единичных стрелок.

Второе основное понятие – функтор (обобщенное понятие морфизма, оператора, отображения, функции).

Третьим понятием является понятие естественного отображения, или функция из класса объектов в класс морфизмов. Главные понятия – функтора и естественного преобразования. Именно благодаря им, по мнению Ф.У. Ловера, теория способна рассматривать классы, множества, различные объекты как находящиеся во внутреннем развитии (цит. по Голдблатт).

Благодаря предельно общему образу математических объектов и образу динамического, отражающего развитие объектов, ТК стала универсальным языком математики, а ТТ – ее как бы проекцией на естествознание.

ТК стала очередной попыткой осуществить старую мечту европейской науки об универсальном языке. Его пытались создать Аристотель, Декарт, Ньютон, Кант, Кантор, Гильберт, Эйленберг и Маклейн. В той или иной степени они приближались к максимально возможному уровню обобщения, уровню, соответствующему их эпохе. Сами создатели ТК говорят, что их теория навеяна образом сети универсальных понятий, который развивали Аристотель и Кант. Такая сеть как бы охватывает весь известный в данный момент мир.

Поэтому в ТК чувствуется близость математики к философии, по крайней мере по уровню обобщения знания.

Философскими, общенаучными, социокультурными предпосылками ТК стали:

- идеал универсального языка науки,
- образ универсальной сети понятий - категорий,
- понятия движения и отображения как преобразования, сохраняющего инвариант структуры.
- системно-структурный подход,

По-видимому генетической клеточкой, из которой выросла ТК, стало понятие гомоморфизма (частичного отображения).

Сама идея универсального соответствия лежит в основе не только философии, математики, но и всей науки. Достаточно вспомнить “Все есть единое” (Парменид), “Все есть число” (Пифагор). Идея универсального соответствия лежит и в основе монадологии Лейбница (по мнению Ловера (Lawvere, 1985)). Его монады стали основанием и для ТК, и для фрактальной геометрии (по словам Б. Мандельброта). Важную роль в ТК играет принцип двойственности. Его смысл: “изменяясь - сохраняться”. Категории отображаются, но сохраняются.

В математике он утвердился после проективной геометрии Ж.В. Понселе. В ТК он означает, что для каждого утверждения Σ двойственное утверждение Σ_{op} также принадлежит теории. При этом каждый элемент утверждения Σ замещается на двойственный ему в Σ_{op} . Позже переоткрыт в логике А. де Морганом.

Этот принцип выражает диалектический дух математики и значительной части известной нам реальности.

В частности, связанный с двойственностью закон отрицания кладется Р. Циммерманом в основание его весьма общей философско-синергетической теории эволюции (Zimmermann, 2000a, 2001).

Важную роль в ТК и ТТ играют понятия инициального и терминального объектов теории. Они вводят как бы внутреннее время в объекте (системе). Математический объект, получив естественнонаучную интерпретацию, становится (эволюционирующей) системой. Она существует и развивается в рамках этих двух элементов, т.е. до тех пор пока внутренне время связывает в системе ее начало и конец, которые оба изначально запрограммированы в ней.

В математике эти объекты заданы фундаментальной интуицией натурального ряда (по Канту - временем) и внутренней упорядоченностью объектов категории (или элементов системы).

Существенную роль в ТК и ТТ играют также понятия “существует единственный” ($\exists!$ или просто !) и “свободный объект”.

Понятие $\exists!$ вводит определенность в теорию, задает ее однозначность. Этим достигается максимальная “экономия мышления” (по выражению Э. Маха).

Понятие “свободный объект” задает независимость теории от определенного вида связей.

Пара понятий “существует единственный” ($\exists!$ или просто !) и “свободный объект”, играющих методологическую роль, таит в себе бездну глубочайших философских проблем, связанных с диалектикой определенного и неопределенного, конечного и бесконечного, актуального и потенциального, бытием и становлением, с архетипами человеческого мышления, с символами 0, 1, ∞ , с актом выбора и т.д.

Важнейшими приложениями в естествознании для ТК и ТТ стали термодинамика, механика, динамические системы, хаос (Category; Mac Lane, 1979; Lawvere, 1985; Lawvere, 1980; Васильев).

Основой успешного применения ТК и ТТ, на мой взгляд, стала такая особенность ТК как использование “структур без элементов”. Их ввел Ловер, но и до него аналогичная идея уже работала в логике – у Черча, введившего “логику без переменных”. Такие структурные формы являются отдаленным аналогом Дао в даосизме – исходное “неназываемое начало”.

На основе ТК удалось построить модель развивающейся математической теории. Введем понятия абстрактной системы, ее сложности, рефлексивного топоса.

По М. Месаровичу абстрактная система – это отношение, определенное на декартовом произведении некоторого семейства множеств объектов (Месарович).

Существует удобное для теории топосов представление системы как некоторого отношения (напомним, что в ТК отношения – это подобъекты).

Пусть имеется совокупность множеств A_1, A_2, \dots, A_k . Их декартово произведение $A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k$. Абстрактной системой S назовем произвольное собственное подмножество A : $S \subset A$.

Если система возникает, функционирует, то как измерить степень ее развития? Для этого используют понятие сложности. Она характеризует число внутренних связей, разнообразие, информацию (как это показал А.Н. Колмогоров) и другие интегральные характеристики.

Понятие сложности для S выражают с помощью функции $C(R_{n1,n})$, где C – от complication (англ.) – сложность). $R_{n1,n}$ – матрица, характеризующая связи элементов множеств A_i с A_j для всех i, j .

Для системы $S \subset A$, представленной в виде отношения R , можно задать внутреннее время t ее изменения и внутреннее пространство r , состоящее из прямых произведений функций, характеризующих развитие S – таких как сложность C , информативность I , целостность Z ...

$r = C \times I \times Z \times \dots$

Тогда функционирование системы представимо следующим классом объектов:

система, время, пространство и морфизмом $S : t \rightarrow r$

(система : время \rightarrow пространство). Это модель движения системы по пространству развития.

Система, представленная точкой в фазовом пространстве $r = C \times I \times Z \times \dots$ может с течением времени прогрессировать по одним параметрам (C, I) и регрессировать по другим (Z). Так при переходе через определенный порог сложности (числа элементов), когда проявляется тенденция к распаду на подсистемы, целостность ослабевает и лишь возникновение новых интегральных связей (типа управляющего центра, мозга) предохраняет систему от развала.

Введенное понятие системы описывается топосом.

Существуют способы представления различных систем в виде топосов. Наиболее простые – для систем из области естествознания, гораздо более сложные – из гуманитарных областей.

Так, в работах (Голдблатт; Джонстон) даны методы представления теории в виде топосов.

Наиболее интересный случай представлен в работе (Бениаминов), где впервые строится топос для развивающейся интеллектуальной системы (теории).

Пусть даны E – элементарный топос, C – его внутренняя категория. Nob – ее объект объектов, $Nmor$ – объект морфизмов. Множества элементов объектов Nob и $Nmor$ есть $hom_E(I, Nob)$ и $hom_E(I, Nmor)$, где I – финальный объект E . Они образуют категорию C . Пара $\{E, C\}$ называется рефлексивным топосом, если существуют функторы $Name: E \rightarrow C$ и $Denote: C \rightarrow E$, такие что $Denote \times Name = 1_E$. $Name$ называется функтором именованья, $Denote$ – функтором-денотатом, C – категорией имен топоса E . Согласно теореме Бениаминова “если аксиоматика теории множеств Цермело-Френкеля непротиворечива, то существует непротиворечивый рефлексивный топос” (Бениаминов).

Идея рефлексивного топоса проста и очень глубока. В логике она известна с древних времен. Пусть имеется объект O . Его имя I . Возьмем I как новый объект. Назовем его MO (метаобъект). Его имя MI (метаимя). MI рассмотрим как новый объект MMO и т.д. Возникает последовательность $O-I-MO-MI-MMO-MMI-MMMO-\dots$. Нечто подобное происходит и в рефлексивном топосе $\{E, C\}$.

В рефлексивных топосах проявляются две глубоких идеи: 1) сопряженность противоположностей и 2) абстракция от абстракции. Обе они характерны для истории философии, математики, логики и всей науки. Высшая ступень в развитии системы раскрывает смысл предшествующих ступеней.

Аналогию между развитием вещи и рефлексией, вероятно, первым отметил Г. Гегель. Он понимал рефлексию как “свечение” одного понятия в другом (Гегель, с. 29 - 32).

Новые идеи, связанные с моделированием хаоса, вводит Ловер (Lawvere, 1985), где он вводит определение хаотического функтора.

О значении хаоса в развитии системы говорят Пригожин и Николис в книге “Познание сложного” (Пригожин, Николис).

Наглядно представить топосы как язык для моделирования эволюционирующих систем позволяет следующая таблица, сопоставляющая понятия ТЭС понятиям теории топосов.

Теория эвосов	Теория топосов
Эвос	Семейство топосов $\{T_1, T_2, \dots\}$, построенных на основе категорий $\text{Finset}, \text{TopGrp}, \text{Pos}, \text{Alg}$
Элементы	Объекты топоса
Отношения между элементами	Функторы, естественные преобразования (ЕП)
Структура	Система функторов и ЕП
Количественные изменения эвоса	Функции, введенные на базе порядкового топоса
Качественный скачок в развитии эвоса	Функтор $F_{ij} : T_i \rightarrow T_j$
Внутренний алгоритм развития (внутреннее время эвоса)	Семейство функторов $\{F\} : T_i \rightarrow T_{(i+1)}$ (у Циммерманна – функтор отрицания W_i в алгебре отрицания)

Литература

- Аршинов В.И. Синергетика как феномен постнеклассической науки. М., 1999. - 203 с.
- Аршинов В.И., Войцехович В.Э. Синергетическое знание: между сетью и принципами // Синергетическая парадигма. М., 2000. С. 137 - 149.
- Аршинов В.И., Буданов В.Г., Войцехович В.Э. Принципы представления процессов становления в синергетике // XI Международная конференция. Логика, методология, философия науки. Т. VII. Методологические проблемы синергетики. М., Обнинск. 1995. С. 3 - 5.
- Бениаминов Е.М. Рефлексивные топосы в категорном подходе к представлению знаний // Семантические аспекты формализации интеллектуальной деятельности. Всесоюзная школа-семинар "Боржоми-88". М., 1988. С. 111-113.
- Буданов В.Г. Метод ритмокаскадов: о фрактальной природе времени эволюционирующих систем // Синергетика. Труды семинара. Т.2. Естественные, социальные и гуманитарные аспекты. М., 1999. С. 36 - 54.
- Васильев П.В. О возможностях теоретико-категорных методов в описании динамических систем // Системные исследования. 1991. М., 1991. С. 142 – 161.
- Войцехович В.Э. Становление математической теории (философско-методологический анализ). Диссертация на соискание ученой степени доктора философских наук. М., 1992.
- Войцехович В.Э. Математические теории синергетики // Moscow forum of synergetics. Abstracts. January 27 - 31, 1996, Moscow. 1996. С. 46.
- Войцехович В.Э. О специфике синергетического мышления и возможности фрактальной логики // Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке. М-лы VI Международной научной конференции. 22-24.06.2000. СПб, 2000. С. 21 - 23.
- Гегель Г. В.Ф. Наука логики. М., 1971. Т.2.
- Голдблатт Р. Топосы. Категорный анализ логики. М., 1983.
- Джонстон П.Т. Теория топосов. М., 1986.
- Карпенко А.С. Многозначные логики. М., 1997. С. 111 - 120.
- Ласло Э. Век бифуркации // Путь. № 7. С. 3 - 129.
- Лейбниц Г.В. Монадология // Собр. соч. в 4 тт. Т.1. М., 1982. С. 413 - 429.
- Маврикиди Ф.И. Фракталы как перспектива построения междисциплинарного знания // Фрактальность как универсальное свойство природы? Междисциплинарная конференция. М., 16-17.04.2002. Рукопись.
- Мандельброт Б. Фракталы и возрождение теории итераций // Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. М., 1993. С. 131 - 140.
- Месарович М. Основания общей теории систем // Общая теория систем. М., 1966. С. 15 – 48.

Налимов В.В. Вероятностная модель языка. М., 1979. - 320 с.
Пригожин И., Николис Г. Познание сложного. М., 1990.
Степин В.С. Теоретическое знание. М. 2001. - 744 с.
Тарасенко В.В. Фрактальная логика. М., 2002. - 160 с.

Category in continuum physics/ Buffalo, 1982 // Lecture Notes in Mathematics. Berlin. 1986. N 1174.
Collier J., Burch M. SYMMETRY, LEVELS AND ENTRAINMENT.
<http://www.newcastle.edu.au/department/pl/Staff/JohnCollier/>
Eilenberg S., Mac Lane S. General theory of natural equivalences // Transactions of the American Mathematical Society. 1945. V. 58. P. 231 - 294.
Hofkirchner W. Ways of thinking and the unification of science.
Lawvere F.W. An elementary theory of the category of sets // Proceedings of the National Academy of Sciences. 1964. V. 52. N. 6. P. 1506 - 1511.
Lawvere F.W. Functorial Remarks on the General Concept of Chaos. 1985. Typescript.
Lawvere F.W. Toward the description in a smooth topos of the dynamically possible motions and deformations of a continuous body // Cahiers de topologie differentielle. 1980. V. 21. N 4. P. 377 - 378.
Loy D. Nonduality. A study in comparative philosophy. New Haven. 1988. - X, 346 p.
Mac Lane S. Selected papers. N.Y. 1979.
Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco, 1982.
Zimmermann, R.E. (1999): *The Klymene Principle*. Kasseler Philosophische Schriften, IAG Philosophische Grundlagenprobleme.
Zimmermann, R.E. (2000a): Loops and Knots as Topoi of Substance. Spinoza Revisited. www.arXiv.org/pdf/gr-qc/0004077 v2.
Zimmermann, R.E. (2000b): Classicity from Entangled Ensemble States of Knotted Spin Networks. A Conceptual Approach. *Icmp2000*. Imperial College London, www.arXiv.org/pdf/gr-qc/0007024 .
Zimmermann, R.E. (2001): Basic Aspects of Negator Algebra in SOC, www.arXiv.org/pdf/nlin.AO/0105065 .
Zimmermann, R.E. (2002b): Spin Networks as Channels of Information Processing. In: Preparatory Conferences, Research Project: General Theory of Information Transfer and Combinatorics, Zentrum fuer interdisziplinare Forschung (ZiF), Bielefeld. (Invited Contribution.) www.arXiv.org, to be put (cs).
Zimmermann, R.E. (2002d): *The Physics of Logic*. Collected Archive Papers 2000-2001, containing two joint papers and one paper in German. Kasseler Philosophische Schriften, Materialien und Preprints, IAG Philosophische Grundlagenprobleme.
Zimmermann, R.E., W. Völcker (2001): Topoi of Emergence, www.arXiv.org/pdf/nlin.AO/0105064 .
Zimmermann, R.E., A. Soci, G. Colacchio (2001): Re-constructing Bologna. The City as an Emergent Computational System. An Interdisciplinary Study in the Complexity of Urban Structures. Part I: Basic Idea & Fundamental Concepts. In: www.arXiv.org/pdf/nlin.AO/0109025 v2.